

ПРИЈЕМО: 13.03.2013			
Ор. бр.	Број	ПРИЛОГ	ВРЕДНОС
05	180/17	—	—

**НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА  
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ**

На седници Научно-наставног већа Природно-математичког факултета одржаној 30. 1. 2013. године одређени смо у комисију за оцену и одбрану докторске дисертације *Логике са интегралима и условним очекивањима* кандидата Владимира Ристића, асистента Факултета Педагошких наука у Јагодини Универзитета у Крагујевцу. После прегледа поменуте докторске дисертације подносимо Научно-наставном већу следећи

**ИЗВЕШТАЈ**

**1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области**

Докторска дисертација *Логике са интегралима и условним очекивањима* припада области математичке логике која је повезана са теоријом вероватноће и топологије. Подручје истраживања наведене теме веома је актуелно подручје рада и карактерише га интензивни развој последњих неколико деценија. Његовом развоју допринели су и многи наши математичари чији резултати заузимају завидно место у овој области. Докторска дисертација Владимира Ристића написана је на укупно 93 странице штампаног текста и подељена је у следеће делове:

- 1) Садржај (странице i–ii);
- 2) Предговор (странице 1–2);
- 3) Увод (странице 3–6);
- 4) Нестандардна анализа (странице 7–12);
- 5) Допустиви скупови (странице 13–28);
- 6) Пребројиви фрагменти инфинитарне логике  $L_{\omega\omega}$  (странице 29–37);
- 7) Средњи модел (странице 38–42);
- 8) Логике са интегралима (странице 43–56);
- 9) Логике са операторима условног очекивања (странице 57–67);
- 10) Тополошке логике (странице 68–87);
- 11) Литература (странице 88–90) садржи 54 библиографске јединице;
- 12) Додатак (странице 91–93) који се састоји од дела који представља сажетак дисертације дат на енглеском језику (Summary) и биографије кандидата.

У уводном поглављу аутор поред историјата и значаја вероватносних и тополошких логика даје и краћи приказ инфинитарне логике  $L_{\omega\omega}$ , као и приказ логика са уопштеним квантификаторима  $L(Q)$  које представљају основу логичких система изложених у дисертацији.

У првом поглављу *Нестандардна анализа* изложени су основни појмови нестандартне анализе и описане су две технике које имају важну улогу у конструкцији очекиваних модела представљених логичких система: конструкција Лебова мере и Лебова конструкција Данијеловог интеграла.

Друго поглавље *Допустиви скупови* посвећено је елементарним појмовима Крипке-Платекове теорије скупова, као и њеним транзитивним моделима – допустивим скуповима. Описане су и неке специјалне врсте допустивих скупова које ће бити кључне у грађењу синтаксе вероватносних и тополошких логика и приказана је веза са класичном теоријом израчунљивости.

Треће поглавље *Пребројиви фрагменти инфинитарне логике*  $L_{\infty\omega}$  приказ је пребројивог фрагмента  $L_A$ , с обзиром да су све нове логике у овој дисертацији заправо инфинитарне логике над одговарајућим допустивим скуповима. Описан је начин формализовања синтаксе и семантике у КПУ теорији, својство конзистентности и доказана је комплетност и компактност (Барвајзова) за пребројиве допустиве фрагменте.

Четврто поглавље *Средњи модел* је један приказ познате конструкције средњег модела М. Рашковића. Ова техника је од великог значаја јер је коришћена у свим резултатима који су изложени у овој дисертацији.

У петом поглављу *Логике са интегралима* најпре је представљена вероватносна логика  $L_{AP}$ , а затим и логика са интегралним оператором  $L_{Af}$ , при чему је приказана веза између ових логичких система. Затим су представљене две нове логике са интегралима  $L_{Af}^{fn}$  и  $L_{Af_1f_2}^a$ . У првој су описани модели чије мере имају коначне рангове, док друга представља еквивалент Рашковићеве двовероватносне логике  $L_{AP_1P_2}^a$  међу логикама са интегралним операторима. У оба случаја је доказана потпуност аксиоматизације у односу на класу дефинисаних модела.

Шесто поглавље *Логике са операторима условног очекивања* најпре је посвећено Кислеровој логици  $L_{Af}(\mathbb{R})$  са интегралним операторима и случајним променљивим, а затим и логици  $L_{AE}$  са оператором условног очекивања. У наставку је изложена нова двовероватносна логика са случајним променљивим  $L_{Af_1f_2}^a(\mathbb{R})$ , као и двовероватносна логика са условним очекивањем  $L_{AE_1E_2}^a$  у којој су дефинисана два различита оператора условног очекивања у односу на две мере  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , које се налазе у апсолутно непрекидном односу.

У седмом поглављу *Тополошке логике* изложена је најпре Кислерова логика са квантификатором „постоји непребројиво много“, која на неки начин представља основу за тополошке логике које су представљене у овом поглављу. Затим су наведени неки елементарни појмови везани за, најпре класичне тополошке просторе, а онда и за тополошке класа просторе које су проучавали Ж. Мијајловић и Д. Ћирић. Такође су представљене две Сгроове тополошке логике  $L(O)$  и  $L(O_{n \in \omega}^n)$ , од којих је друга екстензија логике  $L(O)$  и погодна је за проучавање тополошког производа и непрекидних пресликавања на класичним тополошким просторима. Даље је изложена тополошка класа логика  $L_A(O, C)$ , која представља инфинитарни допустиви еквивалент Сгроове логике  $L(O)$ , у односу на тополошке класа просторе. Нова тополошка класа логика  $L_A^{cont}(O^n, C^n)_{n \in \omega}$  представља синтезу претходних резултата и у њој централно место заузимају појмови тополошког производа и непрекидних пресликавања на тополошким класа просторима.

Сви ови резултати представљају значајан научни допринос на пољу математичке логике, специјално на пољу сложених логичких система погодних за описивање и проучавање појмова на подручју теорије вероватноће и топологије.

## **2. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области**

Докторска дисертација кандидата Владимира Ристића садржи оригиналне научне резултате који нису били предмет ни једног до сада објављеног истраживања.

## **3. Преглед остварених резултата кандидата у одређеној научној области**

Кандидат Владимир Ристић је објавио следеће научне радове:

1. Ristić, V. (2006).  $L_{ACP}^k$  logic and completeness theorem, *Kragujevac Journal of Mathematics*, **29**, 99–111. ISSN:1450-9628, **M 51**.
2. Ristić, V. (2009). Probability logics with vector-valued measures, *Kragujevac Journal of Mathematics*, **32**, 47–60. ISSN:1450-9628, **M 51**.
3. Ristić, V. (2009).  $L_{AP}^{rat}$  logic and completeness theorem, *Kragujevac Journal of Mathematics*, **32**, 149–156. ISSN:1450-9628, **M 51**.
4. Ristić, V. (2010). Completeness theorem for probability models with finitely many valued measure in logic with integrals, *Kragujevac Journal of Mathematics*, **34**, 131–137. ISSN:1450-9628, **M 51**.
5. Ristić, V., Ikodinović, N., Đorđević, R. (2011). Biproability logics with conditional expectation, *Mathematical Logic Quarterly*, **57**, no.4, 400–408. DOI: 10.1002/malq.201010018. ISSN: 0942-5616, **M23**.

Један рад који је проистекао из последњих истраживања је на рецензији у часопису са SCI листе, док је други у припреми за слање. Његови научни радови презентовани су на семинарима из вероватносних логика на Математичком институту САНУ. Учествовао је на следећим међународним и домаћим конференцијама:

1. Đorđević, R., Ristić, V. (2006). Probability logics with vector-valued measures, *International Conference on Numerical and Applied mathematics*, Kragujevac: Prirodno-matematički fakultet.
2. Мијајловић, Б., Ристић, В. (2011). Један методички приступ конструкцији реалних бројева помоћу низова уметнутих интервала, *Методички аспекти наставе математике II*, (459–464), Јагодина: Факултет педагошких наука.
3. Ristić, V., Ikodinović, N., Đorđević, R. (2011) Biproability logics with conditional expectation, *Probabilistic logics and applications*, Beograd: Matematički institut SANU.
4. N., Đorđević, R., Ikodinović, N., Ristić, V. (2012). Topological class logic  $L_A^{cont}(O^n, C^n)_{n \in \omega}$ , *Probabilistic logics and applications*, Beograd: Matematički institut SANU.

#### **4. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему**

Приложена докторска дисертација у погледу обима и квалитета испуњава све захтеве који су постављени пријавом теме докторске дисертације. Циљеви дисертације су испуњени и добијени су очекивани резултати.

#### **5. Научни резултати докторске дисертације**

Део научних резултата дисертације публикован је кроз два научна рада:

1. Ristić, V., Ikodinović, N., Đorđević, R. (2011). Biproability logics with conditional expectation, *Mathematical Logic Quarterly*, **57**, no.4, 400–408. DOI: 10.1002/malq.201010018. ISSN: 0942-5616, **M23**.
2. Ristić, V. (2010). Completeness theorem for probability models with finitely many valued measure in logic with integrals, *Kragujevac Journal of Mathematics*, **34**, 131–137. ISSN:1450-9628, **M 51**.

#### **6. Применљивост и корисност резултата у теорији и пракси**

Резултати добијени у овој дисертацији су теоријског карактера и могу наћи примену у даљем проучавању сличних области.

#### **7. Начин презентовања резултата научној јавности**

## ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

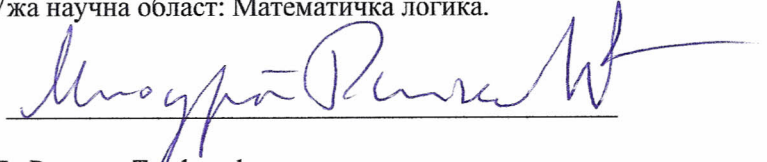
Из изложених података Комисија закључује да кандидат Владимир Ристић испуњава све суштинске и формалне услове који се траже од кандидата за одбрану докторске дисертације. Главни научни доприноси у поднетој дисертацији су увођење специјалних логичких система са интегралним операторима и двовероватносних логика са операторима условног очекивања за које су дати потпуни системи аксиома, као и увођење тополошке класа логике погодне за описивање и проучавање појма тополошког производа и неприкидних пресликавања тополошких класа простора. Добијени научни резултати кандидата објављени су у два научна рада, од којих је један са SCI листе (*Mathematical Logic Quarterly*).

Комисија предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Крагујевцу да рад под насловом *Логике са интегралима и условним очекивањима* кандидата Владимира Ристића прихвати као докторску дисертацију и одреди датум одбране.

Крагујевац, 5. март 2013. године

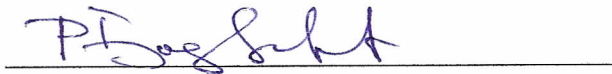
КОМИСИЈА

1. Др Миодраг Рашковић,  
научни саветник, Математички институт САНУ.  
Ужа научна област: Математичка логика.



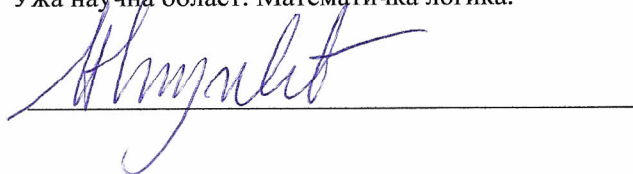
---

2. Др Радосав Ђорђевић,  
ванредни професор ПМФ-а у Крагујевцу.  
Ужа научна област: Математичка логика



---

3. Др Небојша Икодиновић,  
доцент Математичког факултета у Београду.  
Ужа научна област: Математичка логика.



---